東大文系　予想問演習
第3回　数学解答用紙

科類	文科　類
氏名	

本番ではこの位置に氏名欄があります。「採点サービス」では、個人情報取扱上、用紙下部の住所氏名欄にのみご記入願います。

※受付印

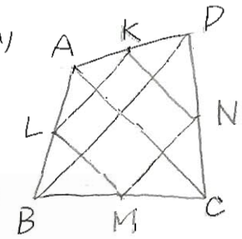
住所

第　1　問

(1) △ABDについて考える

L, Kは辺AB, ADの中点であるので中点連結定理により

LK // BD　, 2LK = BD …① 」2



また△CBDについて考える

M, Nは辺CB, CDの中点であるので中点連結定理により

MN // BD , 2MN = BD …② 」2

①, ②より LK // MN , LK = MN

△ABC, △ADCについても同様に考えると

LM // KN , LM = KN となる

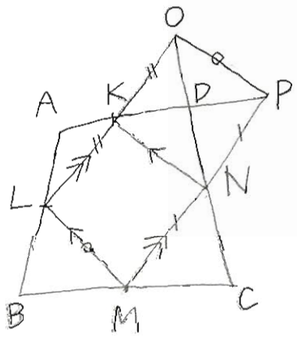
以上より2組の対辺が平行かつ長さが等しいので、」2

一組の対辺が平行かつ長さが等しい で十分

四角形LKNMは平行四辺形である。」3

9

(2)



左図のようにLK = KO, MN = NP, LM = OPとなる
点O, Pをとると LO // MP , LM // OP である　…③ 」

△ +2 ※

このとき、△LAKと△ODKについて考えると

KはADの中点であるので AK = DK

LK = OK , ∠LKA = ∠OKD (錯角)より

△LAK ≡ △ODKであるので、LA = ODである

また、△MCNと△PDNについても同様であり、

△MCN ≡ △PDN より MC = PDである。

L, Mは辺AB, BCの中点なのでBL = LA, BM = MC

すなわち、BL = OD , BM = PD , LM = OP であるので、

△BLM ≡ △ODPである。」2

以上より、四角形LMPOは△ALK, △BML, △CNM, 五角形DKLMNの4つを並べかえてできる四角形であり、③より平行四辺形である。

※部分

図を見れば分かるが、文章ではうまく表現できていない。

例えば、右の図のような図形ができあがる可能性がある。

第1問

7

16/20

第　2　問

$f(x) = x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$

$|f(x)| = |(x-2)(x+1)|$

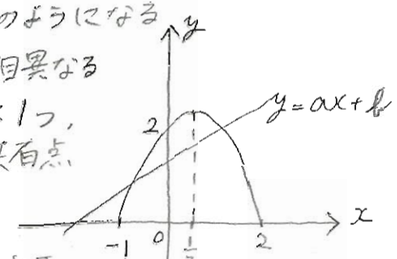
$x < -1, 2 < x$ のとき $|f(x)| = x^2 - x - 2 = f(x)$

$-1 \leqq x \leqq 2$ のとき　$|f(x)| = -x^2 + x + 2 = -f(x)$

よって $g(x) = \frac{f(x) - f(x)}{2} = 0$　$(x < -1, 2 < x)$

$g(x) = \frac{-f(x) - f(x)}{2} = -f(x) = -x^2 + x + 2$　$(-1 \leqq x \leqq 2)$ 」4

すなわち、$y = g(x)$ のグラフは右のようになる



よって、$y = ax + b$ と $y = g(x)$ が相異なる3点で交わるのは、$x < -1$ の範囲に1つ、$-1 < x < 2$ の範囲に異なる2つの共有点をもつときである。」5

$-1 < x < 2$ の範囲に共有点を2つもつとき

$ax + b = -x^2 + x + 2$

$x^2 + (a-1)x + b - 2 = 0$　$f(x) = x^2 + (a-1)x + b - 2$ とする

問題で定義された$f(x)$と紛らわしいので別のもの$(h(x))$などを使う。

① 判別式Dとすると $D > 0$ であればよい

$D = (a-1)^2 - 4(b-2) = a^2 - 2a + 1 - 4b + 8 = a^2 - 2a - 4b + 9 > 0$

$4b < a^2 - 2a + 9$

$b < \frac{a^2}{4} - \frac{1}{2}a + \frac{9}{4}$　$(a > 0,\ b > 0)$

② $-1 < -\frac{a-1}{2} < 2$ であればよい

$\Leftrightarrow$ $-3 < a < 3$　$a > 0$ より $0 < a < 3$

③ $f(-1) > 0$, $f(2) > 0$ であればよい

$f(-1) = 1 + 1 - a + b - 2 = b - a > 0$

$b > a$

$f(2) = 4 + 2a - 2 + b - 2$

$= 2a + b > 0$

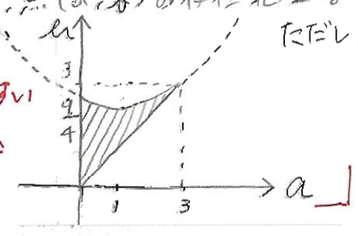
$b > -2a$

$a > 0$ より　$b > a$ 」4+2

また、このとき明らかに $x < -1$ の範囲に1つ共有点を持つ。

したがって、点(a, b)の存在範囲は下のようになる。

ただし、境界線は含まない



混同しやすいので注意

4

第2問

19/20

第3期　2008年1月29日(木)～2月4日(水)　進研ゼミ東大特訓教室

＊第1期でご提出いただいた場合、発送10月19日以降発送予定です。返送までにお時間がかかることをご了承ください。

＊第2期、第3期でご提出いただいた場合には、受付後2週間でお返しいたします。第3期は特に早期に受付が集中しますので、早めのご提出をお願いします。

＊上記の期間以外にご提出いただいても採点はできかねますのでご了承ください。

※採点者印