東大文系 予想問演習
第3回 数学解答用紙

学部名 / 学部 / 氏名
本番ではこの位置に氏名欄がありません。「採点サービス」では、個人情報取扱上、用紙下部の住所氏名欄にのみご記入願います。

※受付印

住所

第 1 問

(1) △ABDについて考える

L, Kは辺AB, ADの中点であるので 中点連結定理により

LK // BD , 2LK = BD …① 」2

また、△CBDについて考える

M, Nは辺CB, CDの中点であるので 中点連結定理により

MN // BD , 2MN = BD …② 」2

①, ②より LK // MN , LK = MN

△ABC, △ADCについても同様に考えると

LM // KN , LM = KN となる

以上より 2組の対辺が平行かつ長さが等しいので、」2

四角形LKNMは平行四辺形である。」3

二組の対辺が平行かつ長さが等しい で十分

⑨

(2)

左図のようにLK = KO, MN = NP, LM = OPとなる } …③

点O, Pをとると LO // MP , LM // OP である 」

このとき、△LAKと△ODKについて考えると

KはADの中点であるので AK = DK

LK = OK , ∠LKA = ∠OKD (錯角) より

△LAK ≡ △ODK であるので、LA = ODである

また、△MCNと△PDNについても同様であり、

△MCN ≡ △PDN より MC = PDである。

L, Mは辺AB, BCの中点なので BL = LA, BM = MC

すなわち、BL = OD , BM = PD , LM = OP であるので、

△BLM ≡ △ODP である。」2

以上より、四角形LMPOは△ALK, △BML, △CNM, 五角形DKLMNの4つを並べかえてできる四角形であり、③より平行四辺形である。

△ +2 ※

※部分

図を見れば分かるが、文章ではうまく表現できていない。

例えば、右の図のような図形ができあがる可能性がある。

△ 7

第1問 16/20

第 2 問

$f(x) = x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$

$|f(x)| = |(x-2)(x+1)|$

$x < -1,\ 2 < x$ のとき $|f(x)| = x^2 - x - 2 = f(x)$

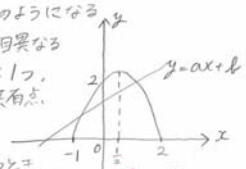
$-1 \leqq x \leqq 2$ のとき $|f(x)| = -x^2 + x + 2 = -f(x)$

よって $g(x) = \dfrac{f(x) - f(x)}{2} = 0 \quad (x < -1,\ 2 < x)$

$g(x) = \dfrac{-f(x) - f(x)}{2} = -f(x) = -x^2 + x + 2 \quad (-1 \leqq x \leqq 2)$ 」4

すなわち、$y = g(x)$ のグラフは右のようになる

よって、$y = ax + b$ と $y = g(x)$ が相異なる3点で交わるのは、$x < -1$ の範囲に1つ、$-1 < x < 2$ の範囲に異なる2つの共有点をもつときである。」5



$-1 < x < 2$ の範囲に共有点を2つもつとき

$ax + b = -x^2 + x + 2$

$x^2 + (a-1)x + b - 2 = 0$ $\quad f(x) = x^2 + (a-1)x + b - 2$ とする

問題で定義されたf(x)と紛らわしいので別のもの(h(x))などを使う。

① 判別式Dとすると $D > 0$ であればよい

$D = (a-1)^2 - 4(b-2) = a^2 - 2a + 1 - 4b + 8 = a^2 - 2a - 4b + 9 > 0$

$4b < a^2 - 2a + 9$

$b < \dfrac{a^2}{4} - \dfrac{1}{2}a + \dfrac{9}{4} \quad (a > 0,\ b > 0)$

② $-1 < -\dfrac{a-1}{2} < 2$ であればよい

$\Leftrightarrow \ -3 < a < 3 \quad a > 0$ より $0 < a < 3$

③ $f(-1) > 0$, $f(2) > 0$ であればよい

$f(-1) = 1 + 1 - a + b - 2 = b - a > 0$ $\quad f(2) = 4 + 2a - 2 + b - 2$

$b > a$ $\quad = 2a + b > 0$

$b > -2a$

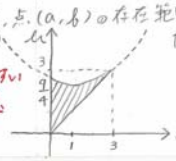
$a > 0$ より $b > a$ 」4+2

また、このとき明らかに $x < -1$ の範囲に1つ共有点を持つ。

したがって、点(a, b)の存在範囲は下のようになる。

ただし、境界線は含まない

混同しやすいので注意



△ 4

第2問 19/20

※受付印

駿台 2009年1月26日(水)～29日(木) 東京代々木駅前会場
●割れ物には注意いたしますが、弊社は万一破損・紛失等の責任は負いかねます。
返却されてご利用がかなわなくなるものですので、ご了承ください。
●教室、教材室内で撮影・録音・録画・ビデオ撮影・写真撮影・携帯電話・PHS・ICレコーダーなどの使用は、受付後の理由を問わず、ご遠慮願います。
●教室内、教材室内・受付前後・受付等・ICレコーダーなどの使用は、ご遠慮願います。
●上記の規則に違反・ご迷惑になる行為・ご不正行為・ご不正行為などがあった場合、ご退室・ご受講・ご入室・ご入場・ご受講・ご入室・ご入場・ご受講・ご入室・ご入場